

DPG-Frühjahrstagung in Mainz

29.3.–1.4.2004

Elektroschwache Sudakov-Logarithmen

**Neue Ergebnisse für den Formfaktor
in einem massiven $U(1)$ -Modell
und in einem $U(1) \times U(1)$ -Modell mit Massenkücke**

Bernd Feucht

Institut für Theoretische Teilchenphysik, Universität Karlsruhe

In Zusammenarbeit mit Johann H. Kühn, Alexander A. Penin und Vladimir A. Smirnov

- I Wofür logarithmische Zweischleifenrechnungen in elektroschwacher Physik?
- II Massiver $U(1)$ -Formfaktor: Evolutionsgleichung & Zweischleifenergebnisse
- III $U(1) \times U(1)$ -Modell mit Massenkücke: Faktorisierung der IR-Singularitäten
- IV Zusammenfassung & Ausblick

I Wofür logarithmische Zweischleifenrechnungen?

Elektroschwache Präzisionsphysik

- experimentell bisher bei Energieskalen bis $\sim M_{W,Z}$ untersucht
- kommende Beschleunigergeneration (LHC, LC) \rightarrow TeV-Energiebereich

Elektroschwache Strahlungskorrekturen

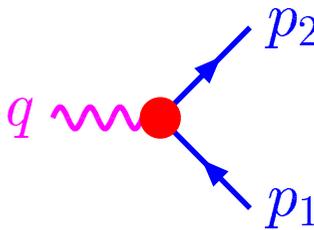
bei hohen Energien $\sqrt{s} \sim \text{TeV} \gg M_{W,Z}$

Kühn et al. '00, '01; Fadin et al. '00;
Denner et al. '01, '03; B.F. et al. '03;
Pozzorini '04

große negative Korrekturen in *exklusiven* Wirkungsquerschnitten

- Einschleifenkorrekturen $\gtrsim 10\%$
- Zweischleifenkorrekturen $\sim 1\%$ \rightarrow müssen unter Kontrolle sein

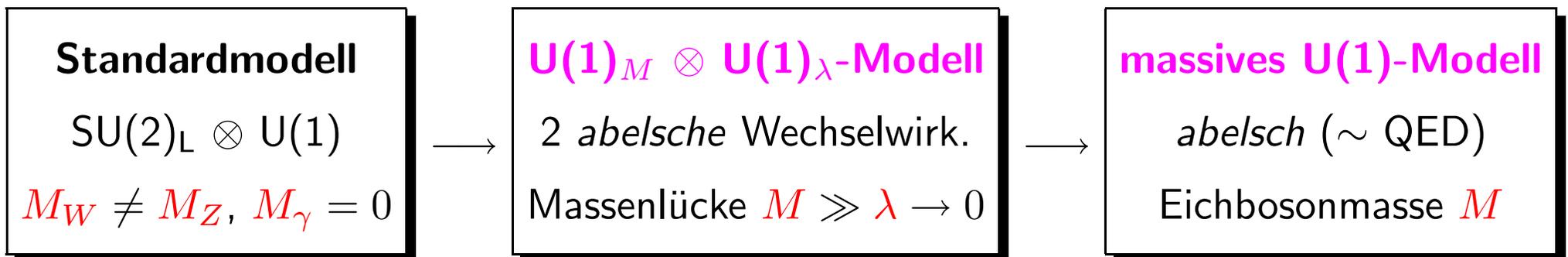
Elektroschwache Korrekturen dominiert durch **Sudakov-Logarithmen** $\alpha^n \ln^{2n}(s/M_W^2)$

Formfaktor F des Vektorstroms:  $= \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) \cdot F + \dots$

Hochenergieverhalten \rightarrow *Sudakov-Limes*

- Impulsübertrag $|q^2| \equiv Q^2 \gg M^2$
- Fermionmassen vernachlässigt
- *logarithmische Näherung*: ohne Terme, die mit einem Faktor M^2/Q^2 unterdrückt sind
 \hookrightarrow gute Näherung für Zweischleifen- n_f -Beiträge, deren exaktes Resultat in M/Q bekannt ist
B.F., Kühn, Moch '03

Vereinfachte Modelle



II Massiver U(1)-Formfaktor

Formfaktor in Störungstheorie: $F = 1 + \alpha F_1 + \alpha^2 F_2 + \dots$

große Strahlungskorrekturen bei $Q \sim \text{TeV}$

↪ **Aufsummieren der großen Logarithmen zu allen Ordnungen in α**

Evolutionsgleichung in logarithmischer Näherung:

Sen '81; Collins '89; Korchemsky '89; ...

$$\frac{\partial F(Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \left[\int_{M^2}^{Q^2} \frac{dx}{x} \gamma(\alpha(x)) + \zeta(\alpha(Q^2)) + \xi(\alpha(M^2)) \right] F(Q^2)$$

Lösung → **Resummation** (schematisch):

$$F = 1 + \alpha (\ln^2 + \ln + \text{const}) + \alpha^2 (\ln^4 + \ln^3 + \ln^2 + \ln + \text{const}) + \dots$$

$$\rightarrow (1 + \alpha \cdot \text{const} + \alpha^2 \cdot \text{const} + \dots) \exp\left(\alpha (\ln^2 + \ln) + \alpha^2 (\ln^3 + \ln^2 + \ln) + \dots\right)$$

Anomale Dimensionen γ , ζ , ξ aus 1-Schleifenrechnung & masselosem 2-Schleifenergebnis

⇒ **NNLL-Näherung von F_2 bekannt:** $\alpha^2 (\ln^4 + \ln^3 + \ln^2)$

Massiver U(1)-Formfaktor in Zweischleifennäherung

Bekannt aus Resummation & kompletter Rechnung des n_f -Beitrags: ($n_f = \#$ Fermionen)

$$\alpha^2 F_2 = \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)^2 \left[+\frac{1}{2} \ln^4\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) - \left(\frac{4}{9}n_f + 3\right) \ln^3\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) \right. \\ \left. + \left(\frac{38}{9}n_f + \frac{2}{3}\pi^2 + 8\right) \ln^2\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) \right. \\ \left. - \left(\frac{34}{3}n_f + \dots\right) \ln\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) + \left(\frac{16}{27}\pi^2 + \frac{115}{9}\right)n_f + \dots \right]$$

Kühn, Moch, Penin, Smirnov '01
B.F., Kühn, Moch '03

- **anwachsende Koeffizienten** mit **alternierenden Vorzeichen**:

$$- 0.4 n_f \ln^3 + 4.2 n_f \ln^2 - 11.3 n_f \ln + 18.6 n_f \\ + 0.5 \ln^4 - 3 \ln^3 + 14.6 \ln^2 - \dots \ln + \dots$$

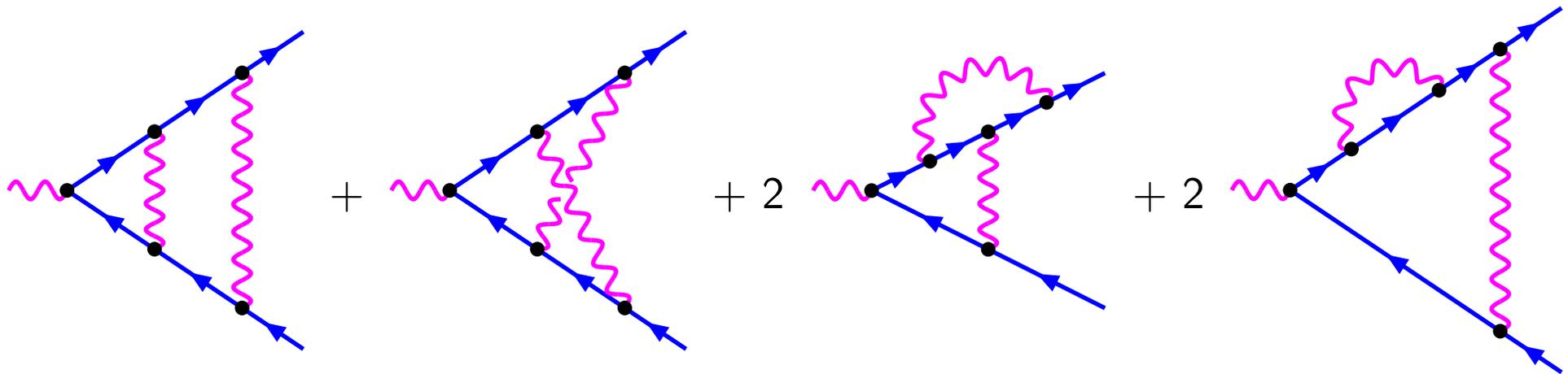
- $Q \sim 1 \text{ TeV} \rightarrow +\ln^4 \sim -\ln^3 \sim +\ln^2$

→ beträchtliche Kompensationen zwischen logarithmischen Termen

Vollständige Zweischleifenkorrekturen in logarithmischer Näherung notwendig.

Massiver U(1)-Formfaktor in Zweischleifennäherung: Rechnung ($n_f = 0$)

- vollständige Zweischleifenkorrekturen
 \hookrightarrow Schleifenrechnung (*unabhängig* von der Evolutionsgleichung)
- Zweischleifen-Vertexdiagramme (masselose Fermionen, massive Bosonen):



+ Korrekturen an äußeren Beinen + Einschleifen \times Einschleifen-Korrekturen

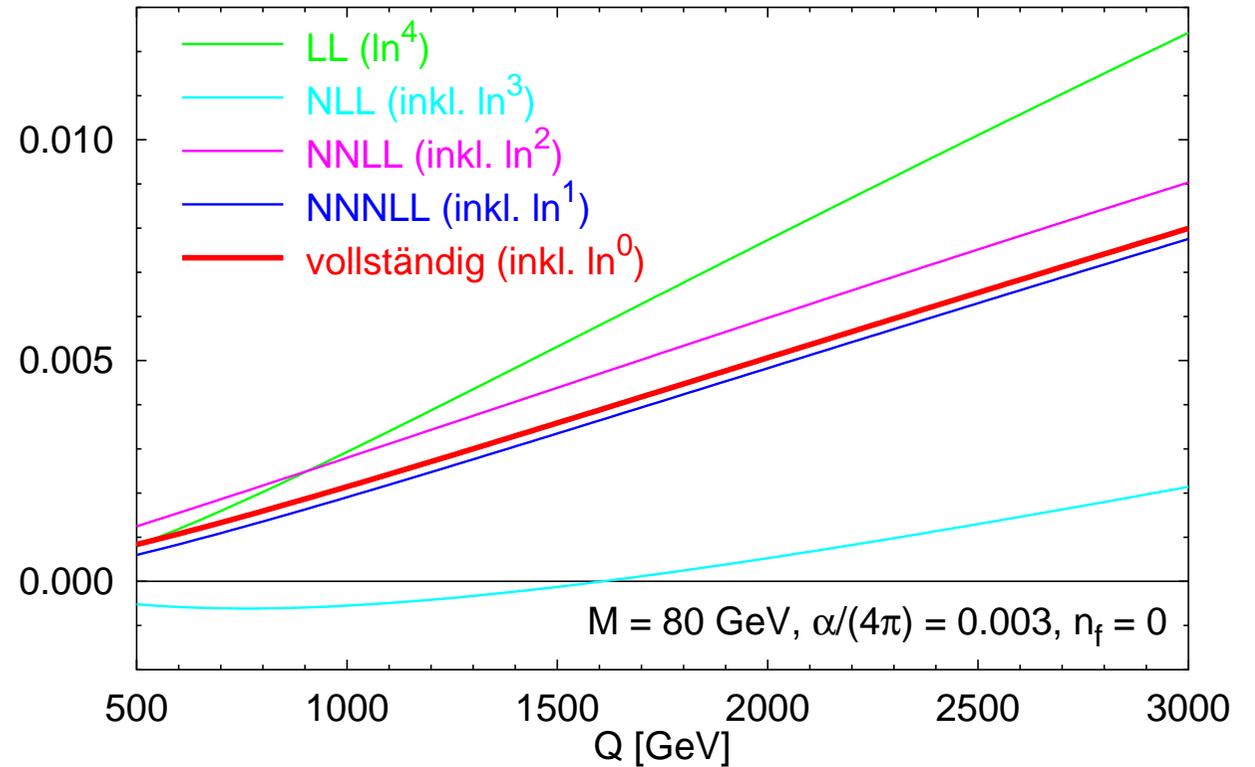
- Berechnung der skalaren Schleifenintegrale: **Expansion by Regions** Beneke, Smirnov '97
- Algorithmen in FORM & Mathematica

Massiver U(1)-Formfaktor in Zweischleifennäherung: Ergebnis ($n_f = 0$)

$$\alpha^2 F_2 = \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)^2 \left[\begin{aligned} &+ \frac{1}{2} \ln^4 \left(\frac{Q^2}{M^2}\right) \\ &- 3 \ln^3 \left(\frac{Q^2}{M^2}\right) \\ &+ \left(\frac{2}{3}\pi^2 + 8\right) \ln^2 \left(\frac{Q^2}{M^2}\right) \\ &- \left(-24\zeta_3 + 4\pi^2 + 9\right) \ln \left(\frac{Q^2}{M^2}\right) \\ &+ 256 \operatorname{Li}_4 \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{32}{3} \ln^4 2 - \frac{32}{3} \pi^2 \ln^2 2 - \frac{52}{15} \pi^4 + 80\zeta_3 + \frac{52}{3} \pi^2 + \frac{25}{2} \end{aligned} \right]$$

Übereinstimmung ✓

neu!



Größe der Koeffizienten: $+0.5 \ln^4 - 3 \ln^3 + 14.6 \ln^2 - 19.6 \ln + 26.4$
 bei $Q = 1 \text{ TeV}$: $+326 - 387 + 372 - 99.2 + 26.4$

III $U(1) \times U(1)$ -Modell mit Massenlücke

Elektroschwaches Modell: **massive** und **masselose** Eichbosonen

\hookrightarrow betrachte $U(1)_M \times U(1)_\lambda$ -Modell mit 2 verschiedenen Massen $M \gg \lambda \rightarrow 0$

- reine $U(1)_M$: Formfaktor $F(\alpha, Q, M)$
- reine $U(1)_\lambda$: Formfaktor $F(\alpha', Q, \lambda)$
 - \rightarrow aus dem massiven $U(1)$ -Ergebnis bekannt ($M \rightarrow \lambda, \alpha \rightarrow \alpha'$)
 - \rightarrow **IR-Singularitäten** regularisiert durch λ
- $U(1)_M \times U(1)_\lambda$ kombiniert: $\hat{F}(\alpha, \alpha', Q, M, \lambda)$ für $Q \gg M \gg \lambda \rightarrow 0$
 - \rightarrow **Faktorisierung der IR-Singularitäten:**

$$\hat{F}(\alpha, \alpha', Q, M, \lambda) = \underbrace{F(\alpha', Q, \lambda)}_{\text{IR-singulär}} \underbrace{\tilde{F}(\alpha, \alpha', Q, M)}_{\text{IR-endlich}} + \mathcal{O}\left(\alpha\alpha' \frac{\lambda^2}{M^2}\right)$$

Faktorisierung des $U(1) \times U(1)$ -Formfaktors: Ergebnis ($n_f = 0$)

$$\hat{F}(\alpha, \alpha', Q, M, \lambda) = F(\alpha', Q, \lambda) \tilde{F}(\alpha, \alpha', Q, M) + \mathcal{O}\left(\alpha\alpha' \frac{\lambda^2}{M^2}\right)$$

$$\Rightarrow \tilde{F}(\alpha, \alpha', Q, M) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{\hat{F}(\alpha, \alpha', Q, M, \lambda)}{F(\alpha', Q, \lambda)} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\hat{F}_\varepsilon(\alpha, \alpha', Q, M, 0)}{F_\varepsilon(\alpha', Q, 0)}$$

$\hookrightarrow \lambda = 0$ setzen und $\hat{F}_\varepsilon(\alpha, \alpha', Q, M, 0)$ in dimensionaler Regularisierung berechnen

Berechnung von Zweischleifendiagrammen mit **1 massiven** und **1 masselosen** Eichboson \rightarrow

$$\tilde{F}(\alpha, \alpha', Q, M) = F(\alpha, Q, M) \times \left\{ 1 + \frac{\alpha\alpha'}{(4\pi)^2} \left[\underbrace{\left(48\zeta_3 - 4\pi^2 + 3\right)}_{21.2} \ln\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) + \underbrace{\left(\frac{7}{45}\pi^4 - 84\zeta_3 + \frac{20}{3}\pi^2 - 2\right)}_{-22.0} \right] \right\}$$

\Rightarrow Interferenzterme sind IR-endlich \rightsquigarrow **IR-Singularitäten faktorisieren**

IV Zusammenfassung & Ausblick

Massiver $U(1)$ -Formfaktor

- einfaches Modell mit massiven Eichbosonen
- vollständiges **Zweischleifenergebnis** in logarithmischer Näherung ✓

⇒ Strahlungskorrekturen präzise unter Kontrolle

$U(1) \times U(1)$ -Modell mit Massenlücke

- Modell mit massiven & masselosen Eichbosonen \rightsquigarrow Schritt Richtung Standardmodell
- **Faktorisierung der IR-Singularitäten** explizit gezeigt ✓

Ausblick

- Verallgemeinerung auf **nicht-abelsche Modelle**: $SU(2)$, $SU(N)$
- Effekte spontaner Symmetriebrechung: **Higgs-Beiträge**, $M_Z > M_W$
- **Vierfermion-Streuamplitude**
- vollständiges elektroschwaches Standardmodell